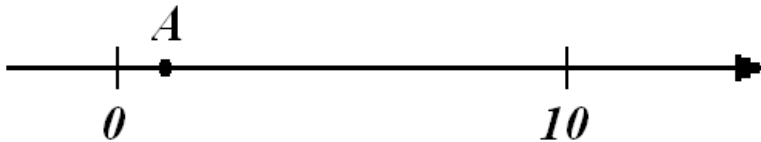


**Разбор репетиционной работы для проведения в 2015 году государственной (итоговой) аттестации
(в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные общеобразовательные
программы основного общего образования**

**ВАРИАНТ 6402
Модуль «Алгебра»**

1. Найдите значение выражения $\frac{0,7}{1+\frac{1}{6}} = \frac{0,7}{\frac{7}{6}} = \frac{7}{10} : \frac{7}{6} = \frac{7 \cdot 6}{10 \cdot 7} = \frac{6}{10} = 0,6$

2. На координатной прямой отмечена точка А.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому числу соответствует точка А?

- 1) 0,1 2) 9 3) $\frac{165}{15}$ 4) $\sqrt{2}$

Решение:

Так как точка А левее середины и ближе к 0, то точка А расположена между 0 и 5.

- 1) 0,1 расположена очень близко к 0;
2) 9 расположена между 5 и 10;
3) $\frac{165}{15}=11$, значит, данная точка расположена за пределами указанного отрезка;
4) $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$. Значит, $1 < \sqrt{2} < 2$, что соответствует точке А.

Ответ: 4

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$ 2) $\sqrt{5} - 2$ 3) $(\sqrt{6})^2$ 4) $(\sqrt{5} - 2)^2$

Решение:

- 1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2 \cdot 5} = \sqrt{10}$ – иррациональное
2) $\sqrt{5} - 2$ – иррациональное
3) $(\sqrt{6})^2 = 6$ - рациональное
4) $(\sqrt{5} - 2)^2 = 5 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 2 + 4 = 5 - 4\sqrt{5} + 4$ - иррациональное

Ответ: 3

4. Решите уравнение $10x + 1 = -8$

Решение:

$$10x + 1 = -8;$$

$$10x = -8 - 1;$$

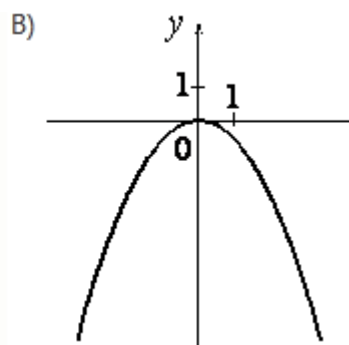
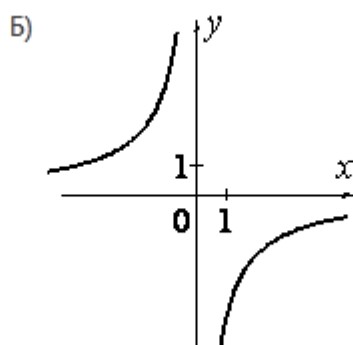
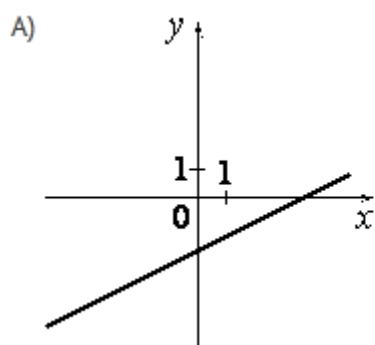
$$10x = -9;$$

$$x = -9:10;$$

$$x = -0,9$$

Ответ. -0,9

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают



1) $y = -\frac{6}{x}$

2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ 3) $y = \frac{1}{2}x - 2$

4) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

Решение:

1) $y = -\frac{6}{x}$, $k = -6$

Графиком является гипербола, ветви расположены во II и IV четверти, т.к. $k < 0$. (Рис. Б)

2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ - квадратичная функция, графиком является парабола, проходящая через начало координат, ветви параболы направлены вниз. (Рис. В)

3) $y = \frac{1}{2}x - 2$. Линейная функция, графиком является прямая (Рис. А)

А	Б	В
3	1	2

Ответ: 312

6. В последовательности чисел первое число равно -3 , а каждое следующее больше предыдущего на 3. Найдите пятое число.

Решение.

Так как в последовательности каждое следующее число больше предыдущего на 3, значит, задана арифметическая прогрессия.

$$a_1 = -3;$$

$$d = 3$$

Найти: a_5 - ?

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a_5 = -3 + 4 \cdot 3 = 9$$

Ответ. 9

7. Найдите значение выражения $6b + \frac{7a-6b^2}{b}$ при $a = 16, b = 56$.

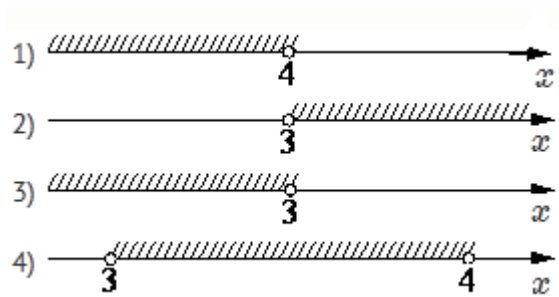
$$6b + \frac{7a-6b^2}{b} = \frac{6b^2+7a-6b^2}{b} = \frac{7a}{b}.$$

Если $a = 16, b = 56$, то $\frac{7a}{b} = \frac{7 \cdot 16}{56} = 2$

Ответ: 2

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} -9 + 3x < 0, \\ 2 - 3x > -10. \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество её решений?



Решение

$$\begin{cases} 3x < 0 + 9, \\ -3x > -10 - 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x < 9, \\ -3x > -12; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 9: 3, \\ x < -12: (-3); \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 3, \\ x < 4 \end{cases}$$

Ответ: 3

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC, $AC=BC$. Внешний угол при вершине B равен 121° . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

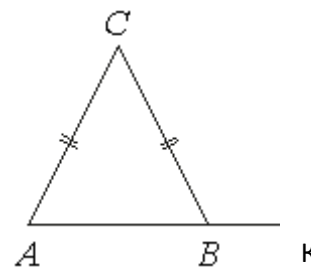
Решение

1) $\angle ABC + \angle CBK = 180^\circ$ (по свойству смежных углов), $\angle ABC = 180^\circ - 121^\circ$;
 $\angle ABC = 59^\circ$.

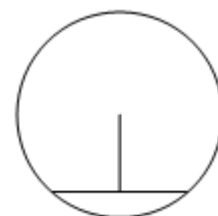
2) Так как $AC=BC$, $\triangle ABC$ - равнобедренный. $\angle A = \angle B = 59^\circ$.

$\angle CBK$ - внешний угол, значит по свойству внешнего угла, $\angle CBK = \angle BAC + \angle ACB$;
 $\angle ACB = 121^\circ - 59^\circ$; $\angle ACB = 62^\circ$

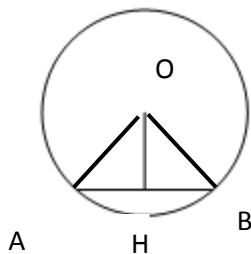
Ответ: 62°



10. Длина хорды окружности равна 24, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 16. Найдите диаметр окружности.



Решение



$\triangle AOB$ - равнобедренный, т.к. $OA=OB$ (как радиусы окружности), OH - медиана $\triangle AOB$, значит, $AH=HB=12$. Так как OH – высота, то

$\triangle AOH$ – прямоугольный

$OH=16$, $AH=12$, по теореме Пифагора $AO^2 = OH^2 + AH^2$;

$$AO = \sqrt{16^2 + 12^2};$$

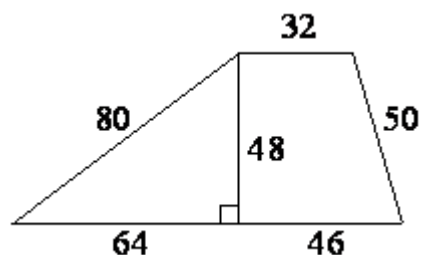
$$AO = \sqrt{256 + 144};$$

$$AO = 20.$$

Диаметр окружности в 2 раза больше радиуса, значит, диаметр равен 40.

Ответ. 40

11. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Решение:

Площадь трапеции равна полусумме оснований, умноженной на высоту

$$S = \frac{1}{2} (32 + 64 + 46) \cdot 48.$$

$$S = 3408$$

Ответ. 3408

12. Найдите тангенс угла C треугольника ABC, изображенного на рисунке.

Решение

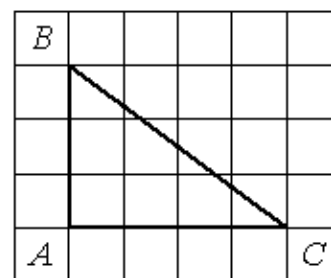
Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к прилежащему катету.

Значит,

$$\operatorname{tg} \angle C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}.$$

$$\operatorname{tg} \angle C = 0,75.$$

Ответ. 0,75



13. Из указанных утверждений укажите верное.

- 1) Диагонали любого прямоугольника равны.
- 2) Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.

3) Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла

Решение

- 1) Верно
- 2) Неверно
- 3) Верно

Ответ. 13

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по бегу на 60 м для учащихся 9 класса. Оцените результат девочки, пробежавшей эту дистанцию за 9,35 с

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, с	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

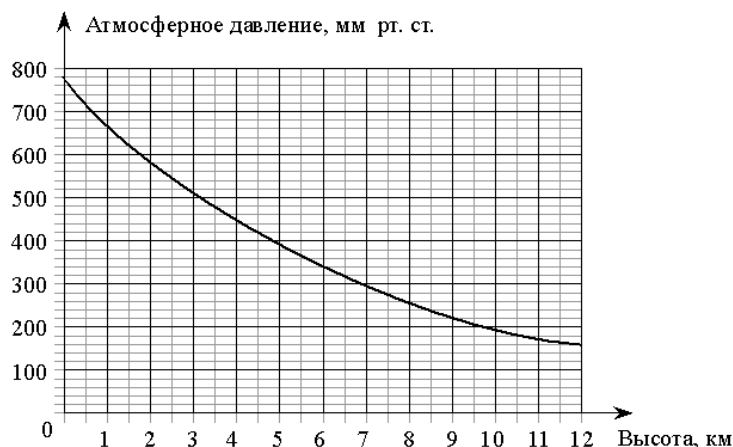
- | | |
|----------------|-------------------------|
| 1) отметка «5» | 2) отметка «4» |
| 3) отметка «3» | 4) норматив не выполнен |

Решение

Так как речь идёт о девочке, поэтому мы смотрим на второй столбик нашей таблицы. Чтобы получить пятёрку, девочка должна была пробежать дистанцию за 9,4 секунды, но она пробежала быстрее, поэтому девочка получила отметку «5».

Ответ. 1

15. На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в км) летит воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывает давление 580 миллиметров ртутного столба?



Решение

Определим цену деления по вертикальной шкале. Между двумя соседними подписанными засечками находится пять одинаковых интервалов, содержащих в сумме 100 мм. рт. ст. Следовательно, цена деления равна $100 : 5 = 20$ мм рт. ст. Так как барометр показывает давление 580 мм рт.ст, то высота на которой летит воздушный шар равна 2 км.

Ответ. 2

16. Стоимость проезда в электричке составляет 248 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 2 взрослых и 3 школьников?

Решение:

- 1) $248:2=124$ (руб.) – стоимость детского билета;
- 2) $124\cdot3=372$ (руб.) - цена 3 детских билетов
- 3) $248\cdot2=496$ (руб.) – цена 2 взрослых билетов
- 4) $496+372=868$ (руб.) – стоимость проезда

Ответ. 868

17. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, расположенных на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 2,2 м, высота большей опоры 2,5 м. Найдите высоту меньшей опоры. Ответ дайте в метрах.



Решение:

Средняя опора является средней линией трапеции, которая равна полусумме оснований трапеций.

Пусть малая опора равна x м, тогда высота средней опоры равна $\frac{1}{2}(2,5 + x)$. Т.е. $2,2 = \frac{1}{2}(2,5 + x)$
 $x = 1,9$ м.

Ответ 1,9

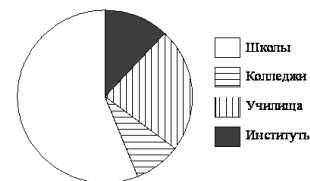
18. В городе из учебных заведений имеются школы, колледжи, училища и институты. Данные представлены на круговой диаграмме

Какие из утверждений относительно количества учебных заведений разных видов верны, если всего в городе 45 учебных заведений?

- 1) В городе более 30 школ.
- 2) В городе более трети всех учебных заведений – институты.
- 3) В городе школ, колледжей и училищ менее $\frac{15}{16}$ всех учебных заведений.
- 4) В городе примерно четверть всех учебных заведений – училища

Решение

- 1) $\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$, что не соответствует изображению на диаграмме
- 2) По диаграмме видно, что институты составляют менее $\frac{1}{3}$ учебных заведений
- 3) Часть диаграммы, изображающая количество институтов, очевидно, более $\frac{1}{16}$, следовательно, в городе школ, колледжей и училищ менее $\frac{15}{16}$ всех учебных заведений
- 4) Разбив диаграмму на 4 равные части, видим, что в городе примерно четверть всех учебных заведений – училища



Ответ: 34

19. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 5 с рисом и 21 с повидлом. Андрей наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с повидлом.

Решение

Вероятность любого события равна отношению числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу.

В данной задаче интересующее нас событие – выбор пирожка с повидлом.

Выбор одного из 21 пирожка с повидлом – благоприятный исход.

Полная группа исходов – $(4+5+21)=30$

Тогда, вероятность благоприятного события от общего числа равновозможных исходов равна:
 $21:30=0,7$.

Ответ. 0,7

20. Период колебания математического маятника (в секундах) приближённо можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити в метрах. Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 9 секунд?

Решение:

$$2\sqrt{l} = T;$$

$$\sqrt{l} = \frac{T}{2}, \quad l = \frac{T^2}{4}, \quad l = \frac{9^2}{4} = 20,25$$

Ответ: 20,25

Часть 2

21. Сократите дробь $\frac{45^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}}$.

Решение

$$\frac{45^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = \frac{(3^2 \cdot 5)^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = 3^{2n-(2n-1)} \cdot 5^{n-(n-2)} = 3 \cdot 25 = 75.$$

Ответ: 75

22. Туристы проплыли на лодке от лагеря некоторое расстояние вверх по течению реки, затем причалили к берегу и, погуляв 3 часа, вернулись обратно через 7 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость лодки 5 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении вверх по течению реки равна $5 - 3 = 2$ км/ч, а вниз по течению реки равна $5 + 3 = 8$ км/ч. Время, за которое

лодка доплывет от места отправления до места назначения и обратно равно $\left(\frac{x}{8} + \frac{x}{2}\right)$ часа.

По условию задачи это время равно $7 - 3 = 4$ часа. Составим и решим уравнение:

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{2} = 4;$$

$$x + 4x = 32;$$

$$5x = 32;$$

$$x = 6,4$$

Таким образом, расстояние от лагеря до стоянки равно 6,4 км.

Ответ: 6,4

23. Постройте график функции $y = \frac{(x-5)(x^2-6x+8)}{x-2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение

При $x \neq 2$ функция $y = \frac{(x-5)(x^2-6x+8)}{x-2}$ примет вид $y = \frac{(x-5)(x-4)(x-2)}{x-2}$,

$$y = (x-5)(x-4),$$

$$y = x^2 - 9x + 20.$$

Графиком функции $y = x^2 - 9x + 20$ является парабола, ветви которой направлены вверх, из которой выколота точка $(2; 6)$.

Прямая $y=m$ параллельна ОХ и проходит через точку $(0;m)$.

Значит, прямая $y=m$ будет иметь с графиком функции $y = x^2 - 9x + 20$ ровно одну общую точку тогда и только тогда, когда проходит либо через вершину параболы, либо когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых выколота.

Вычислим координаты вершины параболы по формуле $x_B = \frac{-b}{2a} = 4,5$,

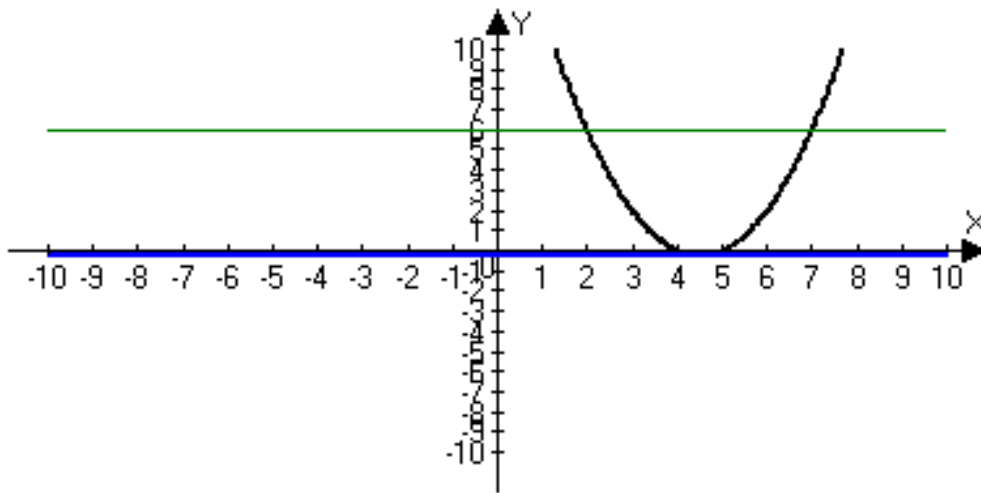
$$y_B = (4,5 - 5)(4,5 - 4) = -0,25.$$

Значит вершина параболы: $(4,5; -0,25)$.

Составим таблицу значений функции:

x	0	1	3	4
y	20	12	2	0

Построим график функции:

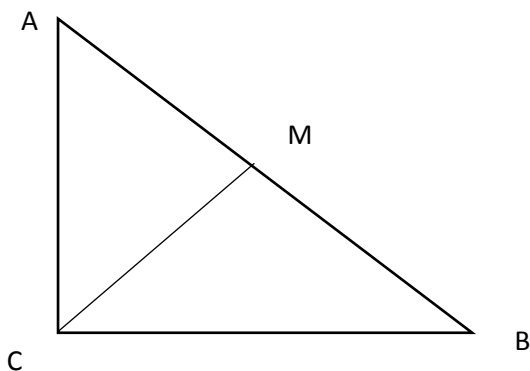


Поэтому $m = -0,25$; $m = 6$.

Ответ. $-0,25$; 6 .

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 15$, $BC = 20$. Найдите медиану CM этого треугольника.

Решение



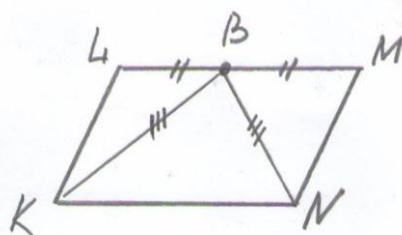
По теореме Пифагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $AB = \sqrt{15^2 + 20^2}$; $AB = 25$.

По свойству медианы прямоугольного треугольника $CM = \frac{1}{2}AB$. Значит, $CM = 12,5$.

Ответ: $12,5$.

25. В параллелограмме KLMN точка B — середина стороны LM. Известно, что $BK = BN$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство



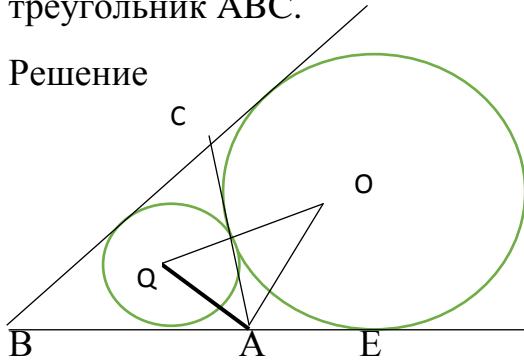
1. $\triangle BMN = \triangle BKL$ (по трём сторонам), так как $KL = MN$ (по свойству параллелограмма), $LB = BM$ (т.к. точка B — середина LM), $BK = BN$ (по условию).

Значит $\angle M = \angle L$.

2. По свойству параллельных прямых KL и MN и секущей LM : $\angle M + \angle L = 180^\circ$,
 $\angle M = \angle L = 90^\circ$.
3. Значит, параллелограмм $KLMN$ – прямоугольник, что и требовалось доказать.

26. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 10. Окружность радиуса 9 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение



Пусть O - центр исходной окружности, Q – центр окружности вписанной в треугольник. Пусть точка M - точка касания и делит сторону AC пополам. Тогда $OM \perp AC$, $QM \perp AC$, следовательно точки O, M, Q лежат на одной прямой и $QO \perp AC$.

Углы BAC и CAE смежные. По свойству касательных проведенных из одной точки к окружностям AQ и AO - биссектрисы смежных углов BAC и CAE . Значит, угол OAQ – прямой и $\triangle QAO$ - прямоугольный, значит, по свойству среднего геометрического

$$OM \cdot MQ = AM^2;$$

$$MQ = AM^2 : OM;$$

$$MQ = 25/9.$$

$$\text{Ответ: } 2\frac{7}{9}$$