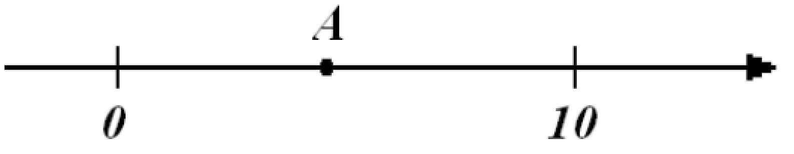
Разбор репетиционной работы для проведения в 2015 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы основного общего образования

ВАРИАНТ 6401
Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{0,9}{1+\frac{1}{8}} = \frac{0,9}{1\frac{1}{8}} = \frac{9}{10} : 1\frac{1}{8} = \frac{9}{10} : \frac{9}{8} = \frac{9 \cdot 8}{10 \cdot 9} = \frac{8}{10} = 0,8.$

2. На координатной прямой отмечена точка А.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому числу соответствует точка А?

1) $\sqrt{17}$ 2) 0,4   3) $\frac{193}{17}$ 4)6

Решение:

Так как точка А расположена левее середины отрезка и ближе к середине, то точка А расположена между 0 и 5.

1) $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}; 4 < \sqrt{17} < 5; \sqrt{17} \in (4; 5);$
2) $0,4 \in (0; 1);$

3) $\frac{193}{17}$=$11\frac{6}{17}$, значит, данная точка расположена за пределами указанного отрезка;

4) $6 \ \in (5; 10);$

Ответ: 1

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\sqrt{10} - 5$ 2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$ 3) $\left(\sqrt{10} - 5\right)^2$ 4) $\left(\sqrt{7}\right)^2$

Решение:

1) $\sqrt{10} - 5$ – иррациональное
2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{5 \cdot 7} = \sqrt{35}$ – иррациональное
3) $\left(\sqrt{10} - 5\right)^2 = 10 - 2 \cdot \sqrt{10} \cdot 5 + 25 = 35 - 10\sqrt{10}$ – иррациональное
4) $\left(\sqrt{7}\right)^2$= 7 - рациональное

Ответ: 4

4. Решите уравнение $2x + 2 = -3$

Решение:

$2x + 2 = -3;$

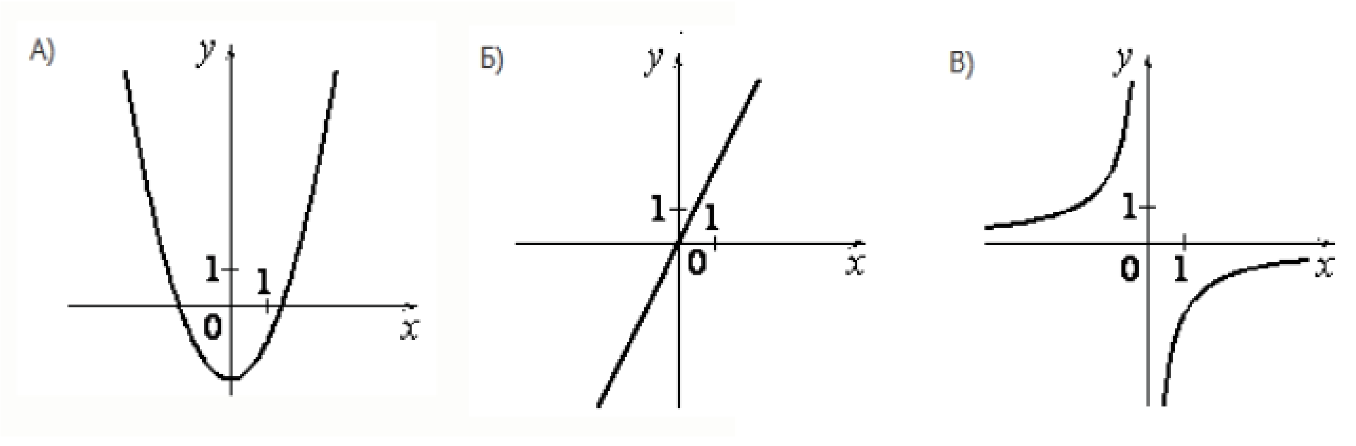
2 x = - 3-2;

2 x = -5;

x = -2,5

Ответ. -2,5

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают



1) $y = -\frac{2}{x}$ 2) $y = x^2 - 2$ 3) $y = 2x$ 4) $y = \frac{2}{x}$

Решение:

Рис. А) график парабола, ветви направлены вверх => вариант 2) $y = x^2 - 2$

Рис. Б) прямая, проходящая через начало координат => вариант 3) $y = 2x$

Рис. В) гипербола, расположенная во II и IV четвертях => вариант 1) $y = -\frac{2}{x}$

А	Б	В
2	3	1

Ответ: 231

6. В последовательности чисел первое число равно 8, а каждое следующее больше предыдущего на 2. Найдите шестое число.

Решение.
Так как в последовательности каждое следующее число больше предыдущего на 2, то:

a_1=8;

d=2

Найти: a_6-?

a_2= a_1+d

a_2= 8 +2=10

a_3= a_2+d

a_3= 10 +2=12

a_4= a_3+d

a_4= 12 +2=14

a_5= a_4+d

a_5= 14 +2=16

$a_6 = a_5 + d$

$a_6 = 16 + 2 = 18$

Ответ. 18

7. Найдите значение выражения $7b + \frac{2a-7b^2}{b}$ при $a = 9, b = 12$.

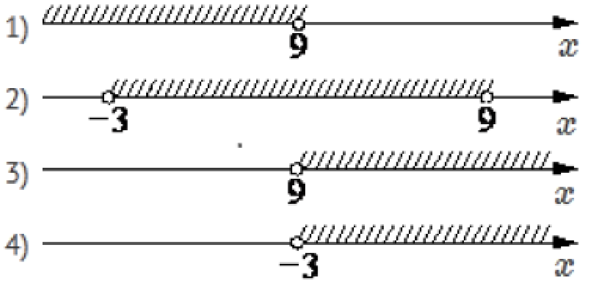
$7b + \frac{2a-7b^2}{b} = \frac{7b^2+2a-7b^2}{b} = \frac{2a}{b}$.

Если $a = 9, b = 12, то\ \frac{2a}{b} = \frac{2 \cdot 9}{12} = \frac{3}{2} = 1,5$

Ответ: 1,5

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 9 + 3x > 0, \\ 6 - 3x < -21. \end{cases}$

На каком рисунке изображено множество её решений?



Решение

$\begin{cases} 9 + 3x > 0, \\ 6 - 3x < -21 \end{cases}$

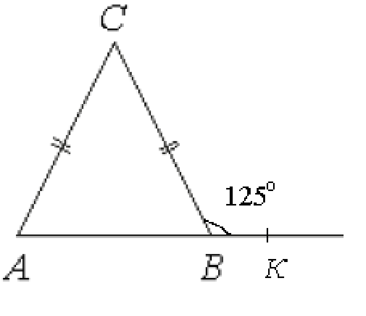
$\begin{cases} 3x > -9, \\ -3x < -21 - 6 \end{cases}$

$\begin{cases} x > -3, \\ x > 9. \end{cases}$

Ответ. 3

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC, AC=BC. Внешний угол при вершине B равен 125°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.



Решение

1 способ:

1) Δ ABC – равнобедренный, => ∠A=∠B=180°-125°=55°.
2) ∠C=180°-(55°+55°)=70°.

2 способ:

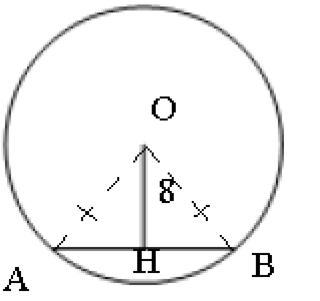
1) ∠CBK=∠A+∠C (по определению внешнего угла)
2) ∠A=∠ABC=180°-125°=55°;
3) 125°=55°+ ∠C => ∠C=125°-55°=70°.

Ответ. 70°

10. Длина хорды окружности равна 12, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 8. Найдите диаметр окружности.

Решение

ΔAOB - равнобедренный, т.к. OA=OB (как радиусы окружности) => OH перпендикулярна AB, H – середина AB.



HB=$\frac{12}{6}$=6, OH= 8, по теореме Пифагора $OB^2 = 8^2 + 6^2$;

OB=$\sqrt{8^2+6^2}$;

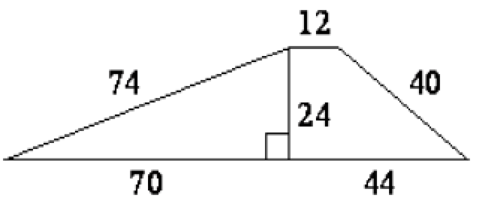
OB=$\sqrt{64+36} = \sqrt{100}$;

OB=10 см.

Диаметр окружности в 2 раза больше радиуса, значит, диаметр равен 20.

Ответ. 20

11. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Решение:

Площадь трапеции равна полусумме оснований, умноженной на высоту

S=$\frac{(a+b)}{2} \cdot h$,

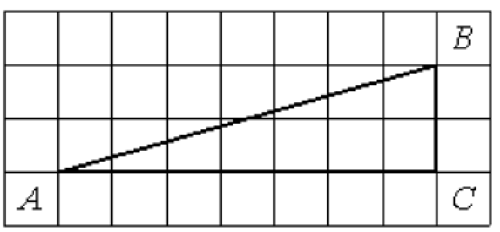
a=12, b=70+44=114, h=24 =>

S=$\frac{1}{2}(12+114) \cdot 24$,

S=1512.

Ответ. 1512.

12. Найдите тангенс угла C треугольника ABC, изображенного на рисунке.



Решение

tg∠B = $\frac{AC}{BC}$=$\frac{7}{2}$.

tg∠C=3,5.

Ответ.3,5.

13. Из указанных утверждений укажите верные.

1) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.

2) В любом параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.

3) Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка.

Решение

1) неверно
2) верно
3) верно

Ответ. 23

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по бегу на 30 м для учащихся 9 класса. Оцените результат мальчика, пробежавшего эту дистанцию за 4,85 с.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, с	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

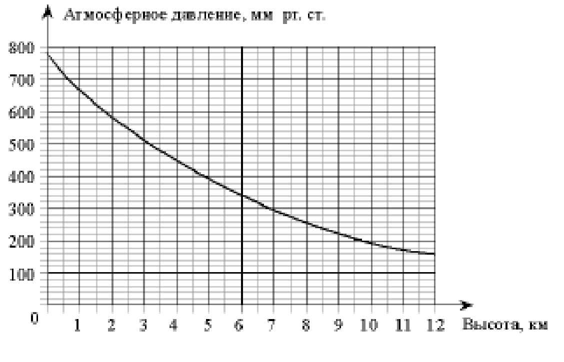
1) отметка «5»   2) отметка «4»
3) отметка «3»   4) норматив не выполнен

Решение

Так как речь идёт о мальчике, поэтому мы смотрим на первый столбик нашей таблицы. Чтобы получить пятёрку, мальчик должен был пробежать дистанцию за 4,6 секунды, но он пробежала медленнее. При этом, чтобы получить четверку, мальчик должен был пробежать дистанцию не больше, чем за 4,9 с, поэтому мальчик получил отметку «4».

Ответ.2

15. На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в км) летит воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывает давление 220 миллиметров ртутного столба?



Решение

Определим цену деления по вертикальной шкале. Между двумя соседними подписанными засечками находится пять одинаковых интервалов, содержащих в сумме 100 мм. рт. ст. Следовательно, цена деления равна $100 : 5 = 20$ мм рт. ст. Так как барометр показывает давление 220 мм рт.ст, то высота на которой летит воздушный шар равна 9 км.

Ответ. 9

16. Стоимость проезда в электричке составляет 180 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 8 взрослых и 24 школьников?

Решение:

180 руб. – 100%

x – 50 %

⇨ x=$\frac{180\cdot 50}{100}$=90 рублей стоит билет для школьника.

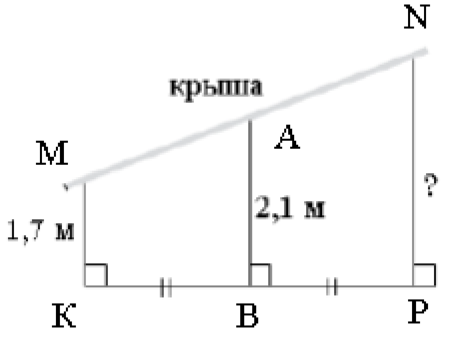
8 взрослых билетов = 8 · 180 =1440 руб.

24 школьных билета = 24 · 90 = 2160 руб.

Всего 1140+2160 = 3600 руб.

Ответ. 3600

17. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, расположенных на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 1,7 м, высота средней опоры 2,1 м. Найдите высоту большей опоры. Ответ дайте в метрах.



Решение:

KMNP – трапеция, KM перпендикулярна KP, NP перпендикулярна KP.

AB – средняя линия трапеции.

По свойству средней линии трапеции => $\frac{1.7+x}{2} = 2{,}1;$

1,7+x=4,2;

x=4,2-1,7;

x=2,5.

Ответ. 2,5.

18. В доме располагаются однокомнатные, двухкомнатные, трехкомнатные и четырехкомнатные квартиры. Данные о количестве квартир представлены на круговой диаграмме.

Какие из утверждений относительно квартир в этом доме верны, если всего в доме 120 квартир?

1) Однокомнатных квартир больше, чем двухкомнатных.
2) Меньше всего трехкомнатных квартир.
3) Однокомнатных квартир не более $\frac{1}{4}$ от общего количества квартир в доме.
4) Двухкомнатных квартир больше 40.

Решение

1) Неверно
2) Неверно
3) Верно
4) Верно

Ответ: 34

19. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 1 с творогом, 12 с мясом и 3 с яблоками. Ваня наугад наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с мясом.

Решение

Всего пирожков = 1+12+3=16

Вероятность выбора пирожка с мясом = $\frac{\textit{Пирожки с мясом}}{\textit{Общее количество пирожков}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

Ответ. 0,75.

20. Период колебания математического маятника (в секундах) приближённо можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где $l -$ длина нити в метрах. Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 13 секунд?

Решение:

$2\sqrt{l} = T$;

$2\sqrt{l} = 13$;

$\sqrt{l} = 6{,}5$,

$l = 6{,}5^2$,

$l = 42{,}25$.

Ответ: 42,25

Часть 2

21. Сократите дробь $\frac{12^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}}$.

Решение

$$\frac{12^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = \frac{4^n \cdot 3^n}{\frac{2^{2n}}{2^3} \cdot \frac{3^n}{3^1}} = \frac{4^n \cdot 3^n}{\frac{4^n}{8} \cdot \frac{3^n}{3}} = 8 \cdot 3 = 24.$$

Ответ: 24

22. Туристы проплыли на лодке от лагеря некоторое расстояние вверх по течению реки, затем причалили к берегу и, погуляв 2 часа, вернулись обратно через 5 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 8 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении вниз по течению реки равна 8+2=10 км/ч., $t_{\text{по теч.}}=\frac{x}{10}$ км/ч, а вверх по течению реки равна 8-2=6 км/ч., $t_{\text{против теч.}}=\frac{x}{6}$ км/ч. Общее время равно 5 часам, но из него туристы 3 часа гуляли => $t_{\text{в лодке}}$=5-3= 2 часа. Составим и решим уравнение:

$\frac{x}{10}+\frac{x}{6}=2;$

3x+5x=60;

8x=60;

x=$\frac{60}{8}$ = 7,5 км.

Ответ: расстояние, на которое отплыли туристы 7,5 км.

23. Постройте график функции $y=\frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4}$ и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение

D(y)=(-∞;4)∪(4;+ ∞)

Упростим выражение $\frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4}=\frac{(x-2)(x-4)(x-1)}{x-4}=(x-2)(x-1).$

$x^2-5x+4=0,$

$\begin{cases} x_1+x_2=5 \\ x_1\cdot x_2=4 \end{cases}, \Rightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=1 \end{cases},$

$x^2-5x+4=(x-4)(x-1)$, причем $x_1=4$ не принадлежит D(y).

Таким образом функция имеет вид

$y=(x-2)(x-1)=x^2-3x+2$ – парабола, ветви которой направлены вверх, вершина:

$x_в=\frac{-b}{2a}=\frac{3}{2}=1{,}5,$

$y_в=(\frac{3}{2})^2-3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)+2=\frac{9}{4}-\frac{9}{2}+2=\frac{9-18+8}{4}=-\frac{1}{4}=-0{,}25.$

Значит вершина параболы: (1,5; -0,25).

Вычислим координаты точек пересечения графика ох и оу.

y=0 $(x-2)(x-1)$=0

$x-2=0, x-1=0,$

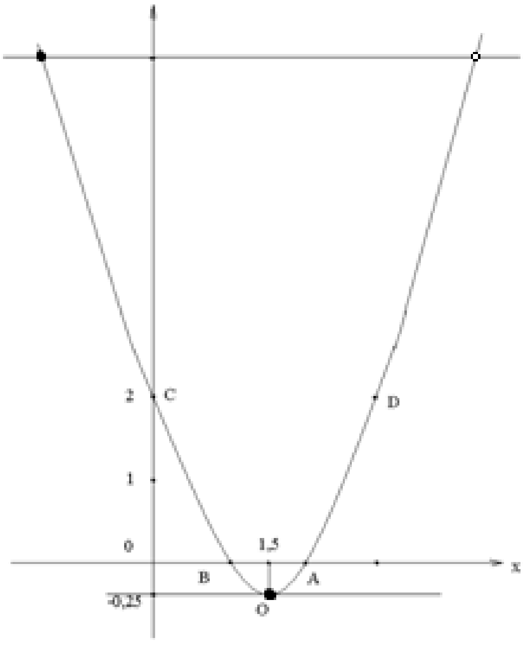
$x=2, x=1.$

A(2;0), B(1;0).

x=0 y= $(0-2)\cdot(0-1)=(-2)\cdot(-1)$=2.

C(0;2).

Так как ветви параболы симметричны относительно прямой, проходящей через вершину, то дополнительная точка D(3;2).



Построим график $y = x^2 - 3x + 2$ и учтем x≠4.

Если x=4, то $y = (4-2)(4-1)$ =3*2=6.

Определим при каких значениях m прямая y=m имеет с графиком ровно одну общую точку.

y=m – прямая || ox и проходящая через точку (0;m).

Рассмотрим все случаи расположения прямо:

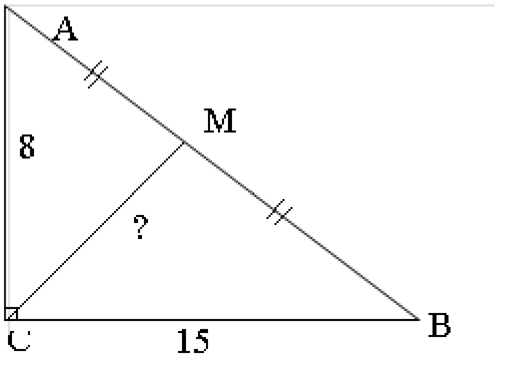
1) Если m<-0,25, то общих точек нет.
2) Если m=-0,25, то 1 общая точка.
3) Если -0,25<m<6, то 2 общих точки.
4) Если m=6, то 1 общая точка.
5) Если m>6, то 2 общих точки.

Таким образом, m=-0,25 и m=6 имеют с графиком функции по одной общей точке.

Ответ: -0,25; 6.

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: AC = 8, BC = 15. Найдите медиану CM этого треугольника.

Решение



Так как ΔABC прямоугольный, то по свойству медианы прямоугольного треугольника CM=$\frac{1}{2}AB$ =>

По теореме Пифагора: $AB^2=8^2+15^2$; AB=$\sqrt{64+225}$; AB = 17.

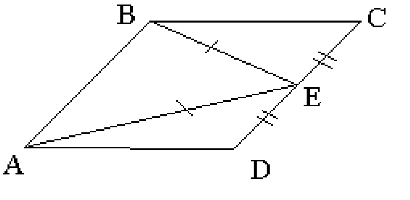
CM=$\frac{1}{2} \cdot 17$ = 8,5 см.

Ответ: 8,5.

25. В параллелограмме ABCD точка E — середина стороны DC. Известно, что BE = AE. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство

1) Рассмотрим ΔBEC и ΔADE



BC=AD (по свойству параллелограмма)

BE=AE (по условию)

CE=DE (по условию)

⇨ По III признаку равенства треугольников ΔBEC = ΔADE

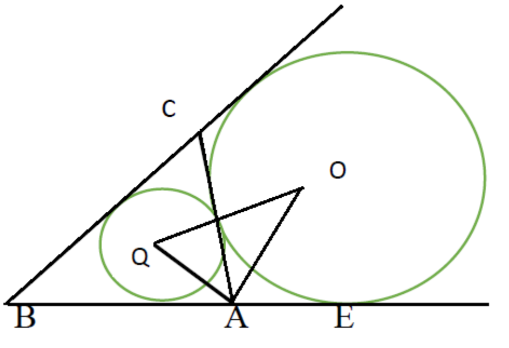
2) ∠C=∠D

∠C и ∠D – односторонние, при BC||AD и DC – секущая

$\angle C + \angle D = 180°$
$\angle C = \angle D$.
3) Таким образом $\angle C = \angle D = 180°:2 = 90°$.
=> ABCD – параллелограмм, у которого $\angle C = \angle D = 90°$, а значит ABCD – прямоугольник.

26. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 10. Окружность радиуса 6 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Решение



1) Радиус вписанной окружности O_1 находится в точке пересечения биссектрис треугольника => AK=KC, BK – медиана ΔABC.
   Радиус вписанной окружности находится на BK.
2) т. O и O_1 равноудалены от сторон угла $\angle B$.
3) BH – биссектриса, медиана и высота ΔABC.
   $\angle BCH$ и $\angle HCE$ – смежные
   CO_1 и CO – биссектрисы смежных углов
   По свойству касательных, проведенных из одной точки к окружности
4) ΔCOO_1, $\angle OCO_1 = 90°$,
   По свойству среднего геометрического
   $OH = HO_1 = HC^2$, где OH=r, HO=6, HC=5,
5) 6r=25,
6) $r = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$.

Ответ: $4\frac{1}{6}$.