Демонстрационный вариант

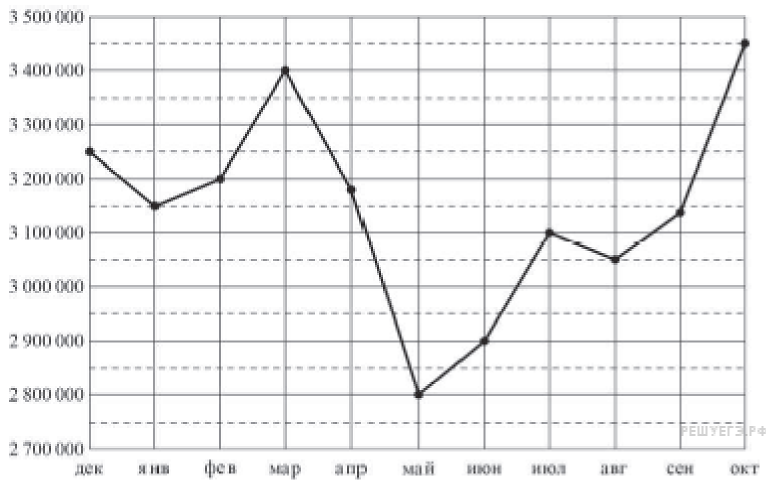
контрольных измерительных материалов для проведения

итоговой аттестации по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)

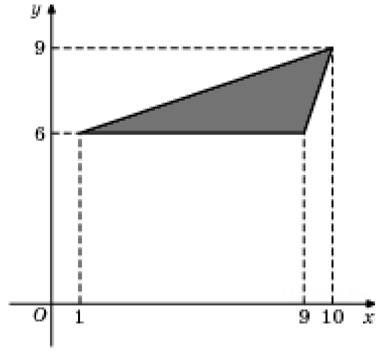
в 10-х классах

Задание 1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 10 человек следует взять 1/10 фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 3 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

Задание 2. На рисунке точками показана аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали − количество посетителей сайта хотя бы раз в данном месяце. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей аудиторией сайта Ya.ru в указанный период.



Задание 3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;6), (9;6), (10;9).

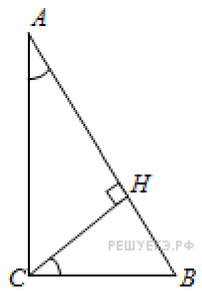


Задание 4. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

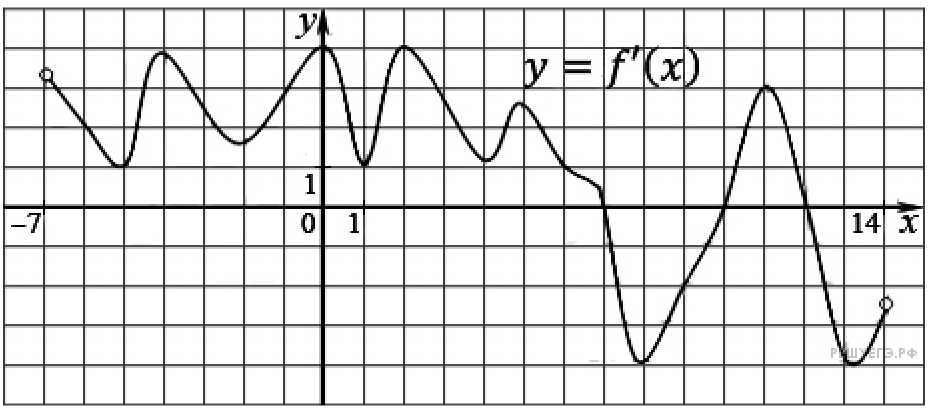
Задание 5. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72-17x}=-x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

.

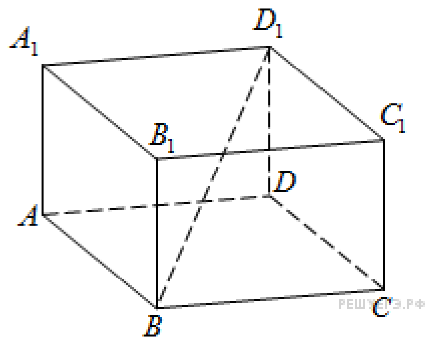
Задание 6. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, *CH* — высота, *BC* = 25, *BH* = 20. Найдите $\cos A$.



Задание 7. На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−7; 14). Найдите количество точек максимума функции *f(x)* на отрезке [−6; 9].



Задание 8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BD_1=5;\ CC_1=3;\ B_1C_1=\sqrt{7}.$ Найдите длину ребра AB.



Задание 9 . Найдите значение выражения $5\sin(\alpha-7\pi)-11\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$, если $\sin\alpha=-0,25$.

Задание 10. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0=150$ Гц и определяется следующим выражением: $f=f_0\frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u=10$ м/с и $v=15$ м/с – скорости приемника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приемнике f будет не менее 160 Гц?

Задание 11. В сосуд, содержащий 5 литров 12–процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: 5.

Задание 12. Найдите наибольшее значение функции $y=12\cos x+6\sqrt{3}x-2\sqrt{3}\pi+6$ на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Задание 13. а) Решите уравнение $2\cos^3x-\cos^2x+2\cos x-1=0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Задание 14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра $AB = 8, AD = 7, AA_1 = 5$. Точка W принадлежит ребру DD_1 и делит его в отношении $1:4$, считая от вершины D. Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки C, W и A_1.

Задание 15. Решите неравенство: $3|x+1| + \frac{1}{2}|x-2| - \frac{3}{2}x \leq 8.$

Задание 17. По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

.

Задание 19. В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 46, а вместе солдат меньше чем 111. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 8, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.

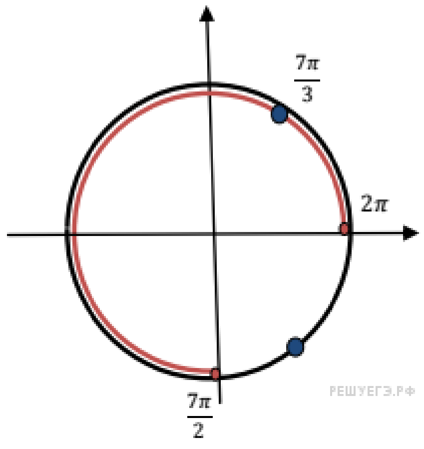
б) Можно ли построить роту указанным способом по 13 солдат в одном ряду?

в) Сколько в роте может быть солдат?

КЛЮЧИ ДЛЯ ПРОВЕРКИ:

<table>
<tr><td>№1</td><td>12</td></tr>
<tr><td>№2</td><td>650000</td></tr>
<tr><td>№3</td><td>12</td></tr>
<tr><td>№4</td><td>0.36</td></tr>
<tr><td>№5</td><td>-9</td></tr>
<tr><td>№6</td><td>0.8</td></tr>
<tr><td>№7</td><td>1</td></tr>
<tr><td>№8</td><td>3</td></tr>
<tr><td>№9</td><td>4</td></tr>
<tr><td>№10</td><td>390</td></tr>
<tr><td>№11</td><td>5</td></tr>
<tr><td>№12</td><td>12</td></tr>
<tr><td>№13</td><td>

Решение.



Решим уравнение:

$$2\cos^3 x - \cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x(2\cos x - 1) + (2\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\cos^2 x + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\cos x - 1 = 0, \\ \cos^2 x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

б) Укажем корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$. Покажем на единичной окружности.

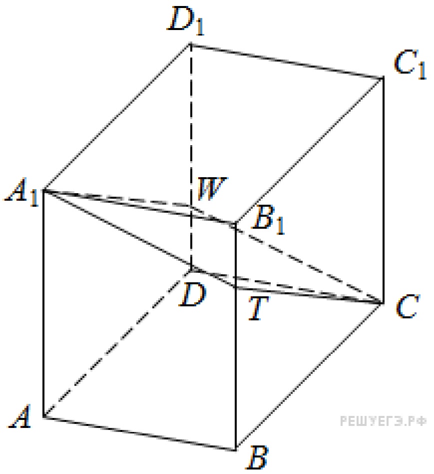
</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

Ответ: а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z};$ б) $\frac{7\pi}{3}.$

</td>
</tr>
<tr>
<td>№14</td>
<td>

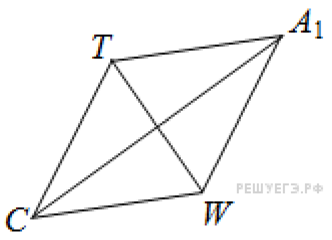
Решение.



Отрезок CT параллелен A_1W (точка T принадлежит ребру BB_1). Плоскость сечения пересекает плоскость AA_1B_1 по прямой A_1T, параллельной CW, следовательно, искомое сечение — параллелограмм CTA_1W (рис. 1).

Треугольники CBT и A_1D_1W равны, следовательно,

$$BT=D_1W=\frac{4}{5}DD_1=4,\ DW=DD_1-D_1W=1,$$
$$CT=\sqrt{BC^2+BT^2}=\sqrt{65},\ CW=\sqrt{CD^2+DW^2}=\sqrt{65},$$



значит, CTA_1W — ромб со стороной $\sqrt{65}$ и диагональю $CA_1=\sqrt{CB^2+BA^2+AA_1^2}=\sqrt{138}$ (рис. 2). Тогда диагональ

$$WT=2\sqrt{CT^2-\left(\frac{CA_1}{2}\right)^2}=\sqrt{122},\ S_{CTA_1W}=\frac{CA_1\cdot WT}{2}=\sqrt{4209}.$$

Ответ: $\sqrt{4209}.$

</td>
</tr>
</table>

№15	**Решение.** Раскрывая модули, получаем три случая: Первый случай. $\begin{cases} -3x-3-\frac{1}{2}x+1-\frac{3}{2}x\le 8, \\ x\le -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x\le 10, \\ x\le -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2\le x\le -1.$ Второй случай. $\begin{cases} 3x+3-\frac{1}{2}x+1-\frac{3}{2}x\le 8, \\ -1<x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 4, \\ -1<x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x\le 2.$ Третий случай. $\begin{cases} 3x+3+\frac{1}{2}x-1-\frac{3}{2}x\le 8, \\ x>2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x\le 6, \\ x>2 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x\le 3.$ Объединяя промежутки, получаем $-2\le x\le 3.$ Ответ: $[-2;\ 3].$
№16	-
№17	**Решение.** Пусть на каждый тип вклада была внесена сумма S. На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 20%, т. е. умножается на коэффициент 1,2. Тогда через три года сумма на вкладе «А» равна $1{,}2^3S = 1{,}728S$. Аналогично на вкладе «Б» сумма через три года будет равна $1{,}21^2\left(1+\frac{n}{100}\right)S = 1{,}4641\left(1+\frac{n}{100}\right)S,$ где n — натуральное число. По условию требуется найти наименьшее целое решение неравенства $1{,}4641\left(1+\frac{n}{100}\right)S > 1{,}728S \Leftrightarrow n > 100\frac{17280-14641}{14641} = 18{,}02... \Leftrightarrow n = 19.$ Ответ: 19.

№18	-
№19	**Решение.** Пусть в первом взводе k солдат, во втором l солдат. Тогда числа k и l имеют общий делитель, больший 7, и при этом: $\begin{cases} 47 < k < l, \\ k + l \leq 110. \end{cases}$ а) Например, 50 и 60 солдат. Вместе 110, их можно построить в колонну по 10 человек в ряду так, что 5 рядов будет заполнено солдатами только из первого взвода, а 6 рядов — только из второго. б) Предположим, что общий делитель 13. Тогда, учитывая, что $47 < k < 55$, получаем, что $k = 52$. Наименьшее возможное значение l равно 52 +13= 65, но вместе получается 117 человек, что противоречит условию. в) Число $l - k$ больше нуля и делится на общий делитель чисел k и l, поэтому $l - k \geq 9$; $k - l \leq -9$, что вместе с условием $k + l \leq 110$ приводит к неравенству $2k \leq 101$, то есть $k \leq 50$. При этом $k + d \leq l \leq 110 - k$, где d — наименьший общий делитель, превосходящий 8. Если $k = 47$, то $d = 47$, $47 + 47 = 94 \leq 110 - 47 = 63$. Противоречие. Если $k = 48$, то $d = 12$, $l = 60$, а в роте 108 солдат. Если $k = 49$, то $98 \leq l \leq 110 - 49 = 61$. Противоречие. Если $k = 50$, то $d = 10$, $l = 60$, а в роте 110 солдат. Ответ: а) Например, 50 и 60; б) нет; в) 108 и 110.